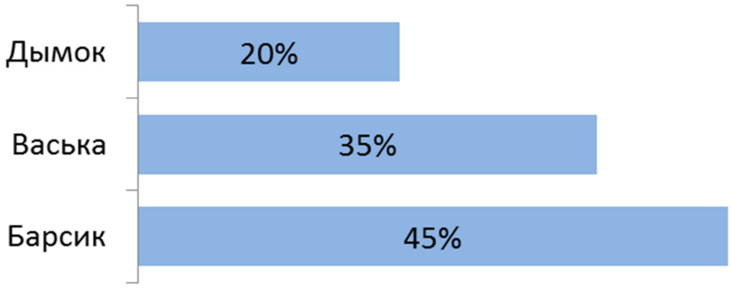
Пригласительный тур X олимпиады по теории вероятностей и статистике для школьников

Вариант 1

Задания с кратким ответом (дайте только ответ)

1. (от 6 класса, 1 балл). В одном из сообществ одной социальной сети шло голосование: какой из котят на фото самый симпатичный. К утру голоса распределились так:



К вечеру голосов прибавилось, но все новые голоса были за Барсика. В результате у Дымка осталось только 16% голосов. Сколько процентов голосов стало вечером у Васьки?

2. (от 7 класса, 1 балл). Найдите медиану набора длин:

2 м 30 см, 250 мм, 0,02 км, 0,002 км, 2700 см, 2800 мм, 240 см.

3. (от 6 класса, 1 балл). В классе не больше 40 человек, и среди них есть те, кого зовут Коля. Вероятность того, что случайно выбранный ученик выше всех Коль, равна $2/5$, а вероятность того, что случайно выбранный ученик ниже всех Коль, равна $3/7$. Какое наибольшее количество Коль может быть в классе?

4. (от 6 класса, 1 балл). Имеется резинка и стеклянные шарики-бусины: четыре одинаковых красных, две одинаковых синих и две одинаковых зеленых. Нужно все восемь бусин нанизать на резинку последовательно, чтобы получился браслет. Сколько различных браслетов можно составить так, чтобы бусины одного цвета не оказались рядом? (Считайте, что застёжки нет, а узелок на резинке незаметен).

5. (от 6 класса, 1 балл). Горлум загадывает Бильбо девять загадок. Найдите самое вероятное из событий:

$$A = \{\text{Бильбо отгадает больше четырёх загадок}\}$$
$$B = \{\text{Бильбо отгадает не меньше четырёх загадок}\}$$
$$C = \{\text{Бильбо отгадает от четырёх до восьми загадок}\}$$
$$D = \{\text{Бильбо не отгадает меньше семи загадок}\}$$

6. (от 8 класса, 1 балл). Для тестирования новой программы компьютер выбирает случайное действительное число A из отрезка $[1;2]$ и заставляет программу решать уравнение $3x + A = 0$. Найдите вероятность того, что корень этого уравнения меньше, чем $-0,4$.

© Лаборатория теории вероятностей и статистики МЦНМО,2016

Задания с развёрнутым решением (требуется полное решение и ответ)

7. (от 6 класса, 2 балла). В классе у Марии Ивановны прошёл ежегодный тест по английскому языку. Оказалось, что в обеих группах А и Б средний балл понизился по сравнению с прошлым годом (см. таблицу).

Группа А		
1	Антонов	31
2	Белоусова	46
3	Григорьев	52
4	Дёмин	51
5	Исаев	32
6	Калинина	41
7	Морских	59
8	Попов	32
9	Сидоров	44
10	Филипповская	54
Среднее		44,2
Прошлый год		44,4

Группа Б		
1	Аверьянов	36
2	Воронова	49
3	Данилов	31
4	Злыднева	35
5	Ларионов	48
6	Мельникова	32
7	Озерова	35
8	Рассудова	47
9	Уварова	35
10	Яхонтов	40
Среднее		38,8
Прошлый год		39,2

Мария Ивановна должна писать отчет, но знает, что директор школы будет недоволен, поскольку считает, что средний балл должен каждый год расти. Баллы менять нельзя, но Мария Ивановна может переводить учеников из одной группы в другую. Может ли она сделать так, что средний балл в каждой группе окажется выше, чем в прошлом году? Если нет – объясните, почему. Если да – покажите, как должна поступить Мария Ивановна.

8. (от 8 класса, 3 балла). В торговом центре три автомата продают кофе. В течение дня первый автомат ломается с вероятностью 0,4, второй – с вероятностью 0,3. Каждый вечер приходит механик Иванов и чинит все сломанные автоматы. Однажды Иванов написал в отчете, что математическое ожидание поломок в неделю равно 12. Докажите, что Иванов преувеличивает.

9. (от 9 класса, 3 балла). Когда Рассеянному Учёному приходит в голову гениальная идея, он записывает её на листке бумаги, но тут же понимает, что идея не гениальная, комкает лист и кидает под стол, где стоят две мусорные корзины. Учёный промахивается мимо первой корзины с вероятностью p (где $p > 0,5$), и с такой же вероятностью он промахивается мимо второй. За утро Учёный бросил под стол пять скомканных гениальных идей. Найдите вероятность того, что в каждой корзине оказалось хотя бы по одной из утренних идей.

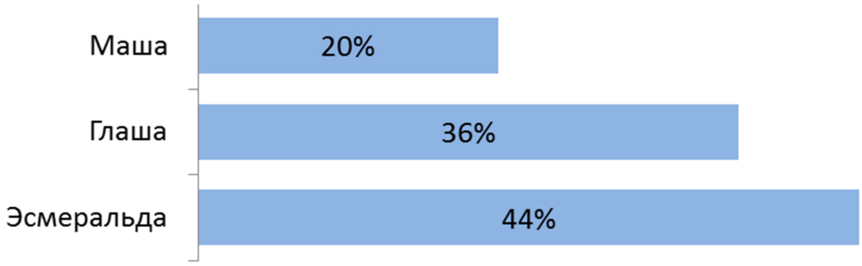
© Лаборатория теории вероятностей и статистики МЦНМО, 2016

Пригласительный тур X олимпиады по теории вероятностей и статистике для школьников

Вариант 2

Задания с кратким ответом (дайте только ответ)

1. (от 6 класса, 1 балл). В одной социальной сети шло голосование: какая из трёх кукол, представленных на конкурсе юных мастеров, самая выразительная. К утру голоса распределились так:



К вечеру голосов прибавилось, но все новые голоса были за Эсмеральду. В результате у Глаши осталось только 27% голосов. Сколько процентов голосов вечером стало у Маши?

2. (от 7 класса, 1 балл). Найдите медиану набора масс:

340 г; 3 кг 250 г; 0,003 т; 0,03 т; 35 кг; 3340 г; 3 кг 400 г.

3. (от 6 класса, 1 балл). В классе не больше 35 человек, и среди них есть те, кого зовут Петя. Вероятность того, что случайно выбранный ученик выше всех Петь, равна $1/6$, а вероятность того, что случайно выбранный ученик ниже всех Петь, равна $3/5$. Какое наибольшее количество Петь может быть в классе?

4. (от 6 класса, 1 балл). Имеется резинка и стеклянные шарики-бусины: шесть одинаковых красных, две одинаковых синих и четыре одинаковых зелёных. Нужно все двенадцать бусин нанизать на резинку последовательно, чтобы получился браслет. Сколько различных браслетов можно составить так, чтобы бусины одного цвета не оказались рядом? (Считайте, что застёжки нет, а узелок на резинке незаметен).

5. (от 6 класса, 1 балл). Семиклассник Сергеев часто опаздывает в школу. До конца четверти осталось десять учебных дней. Какое из следующих событий наименее вероятно?

$$A = \{\text{За эти 10 дней Сергеев опоздает от семи до девяти раз}\}$$

$$B = \{\text{За эти 10 дней Сергеев не опоздает меньше четырёх раз}\}$$

$$C = \{\text{За эти 10 дней Сергеев опоздает не меньше пяти раз}\}$$

$$D = \{\text{За эти 10 дней Сергеев опоздает больше пяти раз}\}$$

6. (от 8 класса, 1 балл). Для тестирования новой программы компьютер выбирает случайное действительное число A из отрезка $[1;2]$ и заставляет программу решать уравнение $6x + A = 0$. Найдите вероятность того, что корень этого уравнения больше, чем $-0,25$.

Задания с развёрнутым решением (требуется полное решение и ответ)

7. (от 6 класса, 2 балла). В классе у Марии Ивановны прошёл ежегодный тест по английскому языку. Оказалось, что в обеих группах А и Б средний балл понизился по сравнению с прошлым годом (см. таблицу).

Группа А		
1	Антропов	35
2	Белобородов	62
3	Глядешина	55
4	Долматов	57
5	Жарова	35
6	Ильин	54
7	Лопатин	47
8	Ноготкова	49
9	Суздальский	34
10	Филин	44
Среднее		47,2
Прошлый год		47,5

Группа Б		
1	Аладьева	51
2	Воронов	38
3	Гусев	34
4	Елина	43
5	Зорич	50
6	Касаткина	38
7	Моисеев	52
8	Облакова	38
9	Рысьев	35
10	Фофанов	39
Среднее		41,8
Прошлый год		42,2

Мария Ивановна должна писать отчёт, но знает, что директор школы будет недоволен, поскольку считает, что средний балл должен каждый год расти. Баллы менять нельзя, но Мария Ивановна может переводить учеников из одной группы в другую. Может ли она сделать так, что средний балл в каждой группе окажется выше, чем в прошлом году? Если нет – объясните, почему. Если да – покажите, как должна поступить Мария Ивановна.

8. (от 8 класса, 3 балла). В торговом центре три автомата продают кофе. В течение дня первый автомат ломается с вероятностью 0,3, второй – с вероятностью 0,2. Каждый вечер приходит инженер Петров и чинит все сломанные автоматы. Однажды Петров написал в отчёте, что математическое ожидание поломок в неделю равно 3,3. Докажите, что Петров преуменьшает.

9. (от 9 класса, 3 балла). Когда Рассеянному Учёному приходит в голову гениальная идея, он записывает её на листке бумаги, но тут же понимает, что идея не гениальная, комкает лист и кидает под стол, где стоят две мусорные корзины. Учёный попадает в первую корзину с вероятностью p (где $p<0,5$), и с такой же вероятностью он попадает во вторую. За утро Учёный бросил под стол шесть скомканных гениальных идей. Найдите вероятность того, что в каждой корзине оказалось хотя бы по одной из утренних идей.

© Лаборатория теории вероятностей и статистики МЦНМО, 2016